

文章编号: 1671-6906(2026)01-0001-08

## 基于输出反馈的离散时间分布式模型参考控制

徐玉春<sup>1</sup>, 张言军<sup>2</sup>, 张纪峰<sup>3, 1</sup>

(1. 中国科学院 数学与系统科学研究院, 北京 100190; 2. 北京理工大学 自动化学院, 北京 100081;  
3. 中原工学院 自动化与电气工程学院, 河南, 郑州 450007)

**摘要:** 针对一类离散时间多智能体系统的领导者-跟随者趋同跟踪控制问题, 提出一种分布式输出反馈模型参考控制(MRC)方案。首先, 在个体系统状态不可测的情况下, 通过引入参数化状态观测器并利用系统的相对阶条件, 为每个跟随者设计基于邻居输入输出信息的虚拟参考信号。其次, 结合经典输出反馈匹配条件, 构建标称分布式MRC律。最后, 基于此标称控制律结构, 针对个体系统参数未知的情形, 进一步提出了分布式输出反馈自适应控制律的设计思路。与常见的基于分布式观测器的设计方法不同, 本文所提方案适用于具有外部参考输入的领导者个体。理论分析表明, 该分布式输出反馈模型参考控制方案可确保闭环系统稳定, 同时实现跟随者个体的输出信号指数跟踪领导者系统输出。数值仿真结果验证了所提控制方案的有效性。

**关键词:** 多智能体系统; 输出反馈; 分布式控制; 指数跟踪

中图分类号: TP13; TP273 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.1671-6906.2026.01.001

## Output feedback based discrete-time distributed model reference control

XU Yuchun<sup>1</sup>, ZHANG Yanjun<sup>2</sup>, ZHANG Jifeng<sup>3, 1</sup>

(1. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 3. School of Automation and Electrical Engineering, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China)

**Abstract:** This paper proposes a distributed output feedback model reference control (MRC) method for the leader-follower consensus tracking control problem of a class of discrete-time multi-agent systems. Under the condition that the system state is unmeasurable, based on neighbors' input and output information, a virtual reference signal is designed for each follower by introducing a parameterized state observer and utilizing the system's relative degree condition. Combined with the classical output feedback matching condition, a nominal distributed MRC law is constructed. Furthermore, based on the structure of the nominal control law, a basic design idea for distributed output feedback adaptive control is provided for the case where the system parameters are unknown. Unlike common distributed observer based methods, the proposed method is applicable to leader agents with external reference inputs. Theoretical analysis shows that the proposed distributed output feedback MRC scheme ensures closed-loop system stability and enables the output of each follower to exponentially track the leader system's output. Numerical simulation results veri-

收稿日期: 2025-11-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(62322304, 62433020, 62173323); 北京市自然科学基金(L258023)

引文格式: 徐玉春, 张言军, 张纪峰. 基于输出反馈的离散时间分布式模型参考控制[J]. 中原工学院学报, 2026, 37(1): 1-8.

XU Yuchun, ZHANG Yanjun, ZHANG Jifeng. Output feedback based discrete-time distributed model reference control [J]. Journal of Zhongyuan University of Technology, 2026, 37(1): 1-8.

fy the effectiveness of the proposed control method.

**Key words:** multi-agent systems; output feedback; distributed control; exponential tracking

多智能体系统(multi-agent system, MAS)已在智能电网、无人集群等众多实际工程领域得到了广泛应用,其协同控制问题也因此成为当前控制学界的研究热点之一。协同控制的核心目标在于为每个个体设计仅依赖邻居信息的分布式控制方案,使整个网络系统能够完成特定的群体协作任务。围绕这一方向的研究,目前已取得显著进展,并涌现出大量优秀成果<sup>[1-2]</sup>。从控制目标的角度来看,MAS的协同控制涵盖了众多具体的研究主题,包括趋同控制、编队控制、分布式博弈、分布式估计与分布式优化等<sup>[3-4]</sup>。其中,趋同控制是实现诸多复杂协同控制任务的基础,其目标是通过分布式协调机制,使网络中所有个体的行为趋于一致。趋同行为可由MAS中所有参与者共同决定,也可由某个指定的领导者引导,分别对应于无领导者趋同和领导者-跟随者跟踪两种典型框架。鉴于趋同行为在MAS研究中的基础性与重要性,学者对趋同控制开展了大量研究。文献[5]揭示了线性动力学MAS达成趋同所需的通信拓扑条件。文献[6]针对可变拓扑下的连续时间MAS,开发了一种基于分布式反馈和分布式估计的领导者-跟随者跟踪控制方案。考虑到测量噪声的影响,文献[7-8]解决了二值通信下的无领导者趋同问题。此外,文献[9]针对个体之间存在多维状态相互依赖关系的情形,研究了二阶离散MAS的矩阵权重趋同问题。文献[10]提出了一种基于脉冲控制的拓扑切换方案,实现了一类MAS的领导者-跟随者趋同控制。

在MAS的领导者-跟随者跟踪控制设计中,基于分布式观测器的方案是当前的主流方法,其基本思想是为每个跟随者构造分布式观测器来估计领导者信号,并基于观测器估计设计控制律。具体而言,文献[11]针对连续时间MAS构建了一种分布式观测器,并在领导者动态矩阵已知的条件下实现了外部系统状态的渐近跟踪。文献[12]进一步发展了自适应型分布式观测器,从而放宽了对领导者动态矩阵的先验要求。文献[13]针对离散时间MAS提出了一种离散形式的自适应分布式观测器,在领导者动态矩阵的特征值模不超过1的条件下,实现了状态趋同误差的渐近收敛。需注意的是,在此类基于分布式观测器的趋同跟踪方案中,领导者通常被建模为无外部参考输入的自治系统。

实际系统中的普遍不确定性,推动了基于自适应

技术的多智能体系统趋同控制研究,使其成为一个重要且快速发展的方向。文献[14]基于李雅普诺夫方法,解决了一类单输入单输出不确定MAS的领导者-跟随者自适应跟踪问题。文献[15]将自适应观测器技术与自适应控制相结合,实现了高阶非线性不确定MAS的输出趋同控制。众所周知,模型参考自适应控制(model reference adaptive control, MRAC)作为一种经典的自适应控制方法,能够在保证闭环稳定性的同时实现预期跟踪性能<sup>[16-17]</sup>。近年来,研究者们将MRAC扩展至MAS场景,以实现分布式趋同跟踪<sup>[18-21]</sup>。例如,文献[18-19]面向连续时间系统设计了一种基于状态反馈的分布式MRAC,实现了状态对领导者信号的趋同。文献[20]通过引入个体间输入交互,提出了一种直接型分布式输出反馈MRAC,实现了连续时间MAS的输出趋同跟踪控制;文献[21]则基于间接自适应方法,通过在线参数估计和虚拟参考模型构造,实现了连续时间MAS的分布式间接MRAC设计。

尽管MAS的趋同控制研究已取得显著进展,但仍存在若干问题有待解决。一方面,现有大部分趋同跟踪控制方案依赖分布式观测器设计,且通常要求领导者为自治系统,因而难以适用于含外部控制输入的领导者模型。另一方面,在基于模型参考的分布式趋同跟踪控制研究方面,现有成果多集中于连续时间系统,而对离散时间MAS的研究相对匮乏。基于上述研究背景,本文面向一类离散时间线性MAS,提出一种基于输出反馈的分布式控制方案,以实现跟随者系统输出对领导者系统输出的有效跟踪。在该方案中,将具有外部输入的参考模型系统作为MAS的领导者,并在系统状态不可测的情况下,仅利用个体自身及其邻居的输入与输出信息,为所有跟随者设计结构一致的分布式控制器。本文的主要贡献包括:

(1)在个体系统状态不可测且仅依赖局部通信的条件下,设计了一种基于输出反馈的标称分布式模型参考控制(model reference control, MRC)律。通过构造参数化状态观测器,并结合系统相对阶信息,为每个跟随者设计了基于邻居信息的参数化虚拟参考信号,从而定量给出标称控制律参数。

(2)证明了所提出的标称分布式输出反馈MRC律能够确保闭环系统稳定,并实现对领导者输出的指数跟踪。在此基础上,进一步考虑系统参数未知的情

形,给出了分布式输出反馈MRAC律的基本形式,并阐述了参数更新律设计的基本方案。

(3)与现有结果相比,本文所提出的分布式输出反馈MRC方案无需系统状态量测,仅依赖个体的输入与输出信息;不同于传统基于分布式观测器的控制策略,本方案能够处理具有外部参考输入的非自治领导者系统,因此具有更广泛的适用性。

对于本文中的特殊符号说明如下:符号 $\mathbb{R}$ 表示实数集,符号 $z$ 和 $z^{-1}$ 分别表示向前和向后位移算子,即 $z[x](t) = x(t+1)$ ,  $z^{-1}[x](t) = x(t-1)$ ,其中 $t \in \{0,1,2,3,\dots\}$ 。定义信号空间: $L^\infty = \{x(t): \|x(\cdot)\|_\infty < \infty\}$ ,  $L^2 = \{x(t): \|x(\cdot)\|_2 < \infty\}$ ,其中 $x(t)$ 表示任意有限维信号。对于任意信号 $x(t)$ , $\|x(t)\|$ 表示其欧式范数。符号 $I$ 表示单位矩阵。需要特别指出的是,本文使用 $y(t) = G(z)[u](t)$ 表示输出为 $y(t)$ 、输入为 $u(t)$ 、传递函数为 $G(z)$ 的离散线性定常系统。

## 1 问题描述

### 1.1 系统模型

本文针对由 $N$ 个跟随者个体和1个领导者个体构成的离散时间MAS进行研究。第 $i$ 个跟随者个体的状态空间模型描述为:

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{b}_i u_i(t), \quad y_i(t) = \mathbf{c}_i \mathbf{x}_i(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ 、 $u_i(t) \in \mathbb{R}$ 、 $y_i(t) \in \mathbb{R}$ 分别为跟随者个体 $i$ 的状态向量、控制输入与系统输出; $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ 、 $\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ 、 $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^{1 \times n_i}$ 均为系统矩阵。根据系统的状态模型(1),可以得到个体 $i$ 系统的输入输出为:

$$y_i(t) = G_i(z)[u_i](t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

且

$$G_i(z) = \mathbf{c}_i (zI - \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{b}_i = k_p \frac{Z_i(z)}{P_i(z)}$$

式中: $G_i(z)$ 为个体 $i$ 系统动态的传递函数; $k_p \neq 0$ 为高频增益参数;多项式 $P_i(z)$ 和 $Z_i(z)$ 分别是阶数为 $n_i$ 和 $m_i$ 的首一多项式, $n_i - m_i > 0$ 为个体 $i$ 系统的相对阶。本研究假定输出 $y_i(t)$ 可测,且系统模型(1)为可镇定和可观的。

领导者个体的动态由以下稳定线性系统描述:

$$\mathbf{x}_0(t+1) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_0(t) + \mathbf{b}_0 u_0(t), \quad y_0(t) = \mathbf{c}_0 \mathbf{x}_0(t) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{x}_0(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$ 为领导者系统的状态向量; $u_0(t) \in \mathbb{R}$ 为有界的外部参考输入; $y_0(t) \in \mathbb{R}$ 为领导者系统输出; $\mathbf{A}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$ 、 $\mathbf{b}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times 1}$ 、 $\mathbf{c}_0 \in \mathbb{R}^{1 \times n_0}$ 均为系统矩阵,其中 $\mathbf{A}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$ 为稳定矩阵。此外,领导者系统的传递函数为 $G_0(z) = \mathbf{c}_0 (zI - \mathbf{A}_0)^{-1} \mathbf{b}_0 = k_p Z_0(z)/P_0(z)$ ,其

相对阶为 $n^*$ 。本研究同样假设输出 $y_0(t)$ 可测,且系统(3)为可镇定和可观的。

### 1.2 图理论

领导者个体和 $N$ 个跟随者个体之间的通信网络由一个具有 $N+1$ 个节点的有向通信图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 表示,其中 $\mathcal{V}$ 为顶点集, $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为有向边集。每个节点代表一个个体,有向边 $(j, i) \in \mathcal{E}$ 表示个体 $i$ 能够接收来自个体 $j$ 的信息,但是个体 $j$ 不能接收到来自个体 $i$ 的信息,此时称 $j$ 为 $i$ 的一个邻居。节点0代表MAS中的领导者。对每个跟随者个体 $i(i = 1, 2, \dots, N)$ ,定义其邻居集合为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V}: (j, i) \in \mathcal{E}\}$ 。该通信图 $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵记为 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$ ,  $i, j \in \mathcal{V}$ ,其中 $a_{ii} = 0$ ,且当 $i \neq j$ ,  $a_{ij} = 1$ 当且仅当 $(j, i) \in \mathcal{E}$ ,即个体 $i$ 能够接收来自个体 $j$ 的信息。尤其是,对于 $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $a_{i0} = 1$ 当且仅当跟随者个体 $i$ 可以接收来自领导者个体0的信息。对于个体 $i(i = 1, 2, \dots, N)$ ,定义 $d_i$ 为跟随者个体 $i$ 的入度,即邻居集 $\mathcal{N}_i$ 中元素的个数。

### 1.3 控制目标和假设条件

本文的控制目标为:针对每个跟随者个体 $i$ ,在仅利用局部邻居信息的条件下,设计基于输出反馈的分布式控制律,使得闭环系统所有信号有界,并且所有跟随者的输出跟踪领导者的输出,即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - y_0(t)) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

为实现上述控制目标,作以下假设条件。

**假设1:**对于每个跟随者个体 $i(i = 1, 2, \dots, N)$ ,多项式 $Z_i(z)$ 是稳定的。

**假设2:**对于每个个体 $i(i = 0, 1, \dots, N)$ ,多项式 $P_i(z)$ 的阶数 $n_i$ 是已知的。此外,每个跟随者个体 $i(i = 1, 2, \dots, N)$ 的相对阶满足 $n_i - m_i = n^*$ 。

**假设3:**通信图 $\mathcal{G}$ 不包含有向环,且存在一棵以领导者节点为根的有向生成树。

假设1指明了系统需满足最小相位条件,该条件不仅是单体系统模型参考控制的基本前提<sup>[11]</sup>,同时也是本文分布式MRC设计的必要假设。假设2要求所有个体系统的阶次已知,以便确定控制器参数维度并构建相应的参数化模型。此外,跟随者个体系统(1)的相对阶需与领导者系统(3)保持一致,这与传统MRC的标准设计要求相符<sup>[16]</sup>。假设3规定了通信图的连通性结构,保证了后续分布式控制律的可实现性。基于该假设,邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 在适当的节点排列下可呈现上三角形式。为便于后续控制器设计与理论分析,本文考虑将由模型(1)和模型(3)组成的MAS中的节点重新排列,使通信图 $\mathcal{G}$ 对应的邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 具有上三角结构。

## 2 分布式模型参考控制设计

针对由系统模型(1)和模型(3)组成的MAS,本文提出一种基于输出反馈的分布式MRC方法,以实现趋同跟踪控制目标。首先,在系统参数已知的情况下构造标称分布式控制律。该控制律通过引入参数化状态观测器,并利用邻居信息构造参数化虚拟参考信号,进而确定标称控制参数。随后,在个体系统参数未知的情况下,基于标称控制律结构,给出分布式输出反馈MRAC的基本设计思路,以实现渐近跟踪控制目标。

### 2.1 分布式控制律结构

在系统参数已知的情形下,考虑建立基于输出反馈的标称分布式控制律。假设所有系统参数 $A_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ )为精确已知,对每个跟随者个体设计如下基于输出反馈的分布式MRC律:

$$u_i(t) = \frac{1}{d_i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i^{*T} \omega_{\theta_i}(t) + \beta_{ij}^{*T} \omega_{\beta_j}(t)) \quad (4)$$

$$\theta_i^* = [\theta_{i1}^{*T}, \theta_{i2}^{*T}]^T, \beta_{ij}^* = [\beta_{ij1}^{*T}, \beta_{ij2}^{*T}, \beta_{ij3}^{*T}]^T \quad (5)$$

$$\omega_{\theta_i}(t) = [\omega_{i1}^T(t), \omega_{i2}^T(t)]^T, \omega_{\beta_j}(t) = [\omega_{\beta_j1}^T(t), \omega_{\beta_j2}^T(t), \omega_{\beta_j3}^T(t)]^T \quad (6)$$

式中: $\theta_i^*$ 和 $\beta_{ij}^*$ 为与系统参数相关的标称控制参数向量; $\omega_{\theta_i}(t)$ 和 $\omega_{\beta_j}(t)$ 为可获得的回归量信号;根据个体通信图的连通性质,参数 $d_i$ 为个体 $i$ 的入度,即其邻居集 $\mathcal{N}_i$ 中个体的数量。

### 2.2 控制律参数的确定

在系统参数 $A_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ )已知的条件下,给出标称控制律中参数 $\theta_i^*$ 和 $\beta_{ij}^*$ 的具体确定方法,并利用系统输入输出信息构造对应的回归量信号 $\omega_{\theta_i}(t)$ 和 $\omega_{\beta_j}(t)$ 。首先,针对每个跟随者个体 $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),给出如下关于匹配条件的引理。

**引理 1:** 对于每个跟随者个体 $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),存在常参数向量 $\theta_{i1}^* \in \mathbb{R}^{n_i-1}$ 和 $\theta_{i2}^* \in \mathbb{R}^{n_i}$ 满足等式:

$$\theta_{i1}^{*T} a_{\lambda_i}(z) P_i(z) + \theta_{i2}^{*T} b_{\lambda_i}(z) k_{p_i} Z_i(z) = P_i(z) - Z_i(z) z^{n_i} \quad (7)$$

式中:多项式 $P_i(z)$ 和 $Z_i(z)$ 分别为系统(2)的极点多项式与零点多项式。 $a_{\lambda_i}(z)$ 和 $b_{\lambda_i}(z)$ 为如下定义的向量:

$$a_{\lambda_i}(z) = [z^{-n_i+1}, \dots, z^{-1}]^T, b_{\lambda_i}(z) = [z^{-n_i+1}, \dots, z^{-1}, 1]^T \quad (8)$$

引理 1 的证明见文献[16]。在系统参数已知的情况下,即多项式 $P_i(z)$ 、 $Z_i(z)$ 和增益参数 $k_{p_i}$ 均已知时,式(7)可直接用于求解标称控制律参数 $\theta_{i1}^* \in \mathbb{R}^{n_i-1}$ 和 $\theta_{i2}^* \in \mathbb{R}^{n_i}$ 。根据式(8)中向量的形式,控制律(4)中回归量信号 $\omega_{\theta_i}(t)$ 的两个分量 $\omega_{i1}(t)$ 与 $\omega_{i2}(t)$

分别定义为:

$$\omega_{i1}(t) = a_{\lambda_i}(z) [u_i](t), \omega_{i2}(t) = b_{\lambda_i}(z) [y_i](t), i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

由式(8)中向量 $a_{\lambda_i}(z)$ 和 $b_{\lambda_i}(z)$ 的形式可知,回归量信号 $\omega_{i1}(t)$ 与 $\omega_{i2}(t)$ 仅依赖于输入输出的当前及若干历史数据,可直接构造。因此,基于引理 1,可在系统参数已知的情况下通过式(7)确定控制律参数 $\theta_i^*$ ,同时由式(9)确定回归量信号 $\omega_{\theta_i}(t)$ 。

由于系统模型(1)和模型(3)的状态不可测,因此为每个跟随者引入状态观测器以构造参数化虚拟参考信号,并进一步确定控制律中的参数 $\beta_{ij}^*$ 和回归量 $\omega_{\beta_j}(t)$ 。考虑到MAS中的每个个体 $i$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ )是可观的,可构造如下状态观测器来估计不可测的状态信号 $x_i(t)$ :

$$\hat{x}_i(t+1) = A_i \hat{x}_i(t) + b_i u_i(t) + L_i (y_i(t) - c_i \hat{x}_i(t)) = (A_i - L_i c_i) \hat{x}_i(t) + b_i u_i(t) + L_i y_i(t) \quad (10)$$

式中: $\hat{x}_i(t)$ 为状态 $x_i(t)$ 的估计; $L_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ 为可设计的观测器增益向量。定义状态估计误差为 $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$ ,可得如下的状态估计误差方程:

$$\tilde{x}_i(t+1) = (A_i - L_i c_i) \tilde{x}_i(t), i = 0, 1, \dots, N \quad (11)$$

根据式(11),为保证良好的估计性能,可选取观测器增益向量 $L_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,使矩阵 $A_i - L_i c_i$ 的特征值均位于 $z$ 平面的稳定区域内。在此条件下,当 $t$ 趋于无穷时,状态估计误差 $\tilde{x}_i(t)$ 将以指数速率收敛至0。需要特别指出的是,在离散时间系统中,通常将矩阵 $A_i - L_i c_i$ 的全部特征值配置于 $z$ 平面的原点。

基于观测器系统(10),状态估计 $\hat{x}_i(t)$ 可重新表示为:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t) &= (zI - A_i + L_i c_i)^{-1} b_i [u_i](t) + (zI - A_i + L_i c_i)^{-1} \cdot \\ &L_i [y_i](t) + (A_i - L_i c_i)^j \hat{x}_i(0) \\ &= \frac{G_{u_i}(z)}{A_i(z)} [u_i](t) + \frac{G_{y_i}(z)}{A_i(z)} [y_i](t) + (A_i - L_i c_i)^j \cdot \\ &\hat{x}_i(0), i = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $A_i(z) = \det(zI - A_i + L_i c_i)$ ;  $G_{u_i}(z)$ 和 $G_{y_i}(z)$ 为 $n_i$ 维多项式向量;  $(A_i - L_i c_i)^j \hat{x}_i(0)$ 为与初始估计 $\hat{x}_i(0)$ 相关的指数衰减项,满足 $\lim_{j \rightarrow \infty} (A_i - L_i c_i)^j \hat{x}_i(0) = 0$ 。特别地,若选取合适的观测器增益向量 $L_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,使矩阵 $A_i - L_i c_i$ 的所有特征值均配置于 $z$ 平面的原点,则有 $A_i(z) = z^{n_i}$ 。根据式(12),状态估计 $\hat{x}_i(t)$ 可进一步表示为如下关于 $u_i(t)$ 和 $y_i(t)$ 的参数化形式:

$$\hat{x}_i(t) = \kappa_{i1}^* \omega_{u_i}(t) + \kappa_{i2}^* \omega_{y_i}(t), i = 0, 1, \dots, N \quad (13)$$

其中,

$$\omega_{u_i}(t) = \frac{f_i(z)}{A_i(z)} [u_i](t), \omega_{y_i}(t) = \frac{f_i(z)}{A_i(z)} [y_i](t),$$

$$f_i(z) = [1, z, \dots, z^{n-1}]^T \quad (14)$$

式中:  $\kappa_{i1}^* \in \mathbb{R}^{n \times n}$  和  $\kappa_{i2}^* \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为与系统参数  $A_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  及选取的观测器增益向量  $l_i \in \mathbb{R}^n$  相关的常参数。当系统参数  $A_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ ) 已知时,可基于所选的  $l_i \in \mathbb{R}^n$  计算参数  $\kappa_{i1}^* \in \mathbb{R}^{n \times n}$  和  $\kappa_{i2}^* \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 。在上述状态估计  $\hat{x}_i(t)$  的参数化表达式(13)中,与初始状态估计  $\hat{x}_i(0)$  相关的指数衰减项  $(A_i - l_i c_i)^k \hat{x}_i(0)$  已被省略。

基于参数化状态观测器方程(13)及系统的相对阶条件,下面推导控制律(4)中参数  $\beta_{ij}^*$  与回归量信号  $\omega_{\beta_j}(t)$  的具体构造方法。首先,对于个体  $i$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ ),根据系统相对阶定义可得:

$$y_i(t+k) = \begin{cases} c_i A_i^k x_i(t), & k = 0, 1, \dots, n^* - 1 \\ c_i A_i^k x_i(t) + c_i A_i^{k-1} b_i u_i(t), & k = n^* \end{cases}$$

因此,个体  $i$  的未来时刻输出信号  $y_i(t+n^*)$  可表示为如下关于  $x_i(t)$  和  $u_i(t)$  的参数化形式:

$$y_i(t+n^*) = \alpha_{i1}^{*T} x_i(t) + \alpha_{i2}^* u_i(t), \quad i = 0, 1, \dots, N \quad (15)$$

式中:  $\alpha_{i1}^* \in \mathbb{R}^n$  和  $\alpha_{i2}^* \in \mathbb{R}$  为与系统参数  $A_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  相关的常参数。由于系统状态  $x_i(t)$  不可测,利用式(13)中对状态  $x_i(t)$  的参数化估计  $\hat{x}_i(t)$ ,结合式(15),可得  $y_i(t+n^*)$  的参数化估计为:

$$\hat{y}_i(t+n^*) = \mu_{i1}^{*T} \omega_{u_i}(t) + \mu_{i2}^{*T} \omega_{y_i}(t) + \alpha_{i2}^* u_i(t) \quad (16)$$

式中:  $\mu_{i1}^{*T} = \alpha_{i1}^{*T} \kappa_{i1}^*$ ,  $\mu_{i2}^{*T} = \alpha_{i1}^{*T} \kappa_{i2}^*$ 。值得注意的是,由于状态估计误差  $\tilde{x}_i(t)$  满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_i(t) = 0$ ,且以指数速率收敛,因此有  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{y}_i(t+n^*) - y_i(t+n^*)) = 0$ ,且该误差也以指数速率收敛至0。

定义  $\theta_{i3}^* = 1/k_{p_i}$  ( $i = 1, \dots, N$ ),对于每个跟随者个体  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),可根据其邻居个体对未来时刻输出信号  $y_j(t+n^*)$  的参数化估计,确定控制律参数  $\beta_{ij}^* = [\beta_{ij1}^{*T}, \beta_{ij2}^{*T}, \beta_{ij3}^*]^T$  如下:

$$\beta_{ij1}^* = \theta_{i3}^* \mu_{j1}^*, \quad \beta_{ij2}^* = \theta_{i3}^* \mu_{j2}^*, \quad \beta_{ij3}^* = \theta_{i3}^* \alpha_{j2}^*, \quad j \in \mathcal{N}_i \quad (17)$$

此外,根据式(14),跟随者个体  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 可利用其邻居的输入输出信号构造控制律式(4)中的回归量信号  $\omega_{\beta_j}(t) = [\omega_{u_j}^T(t), \omega_{y_j}^T(t), u_j(t)]^T$ 。

综上所述,在系统参数  $A_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  已知的情况下,标称控制律(4)中控制参数及回归量信号可按如下方式确定:控制律参数  $\theta_i^*$  和回归量信号  $\omega_{\theta_i}(t)$  分别由式(7)和式(9)给出;控制律参数  $\beta_{ij}^*$  和回归量  $\omega_{\beta_j}(t)$  则分别由式(17)与式(14)确定。可以看出,每个跟随者个体  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的控制律(4)仅依赖于其自身及其邻居的模型参数和输入输出信号,因此该控制律是分布式的。为了更清晰地阐述标称控制律(4)的设计

过程,考虑个体  $i$  只存在邻居个体  $j$  的简单情形,我们引入如图1所示的框图,以直观展示个体之间的信息交互及控制输入的计算过程。

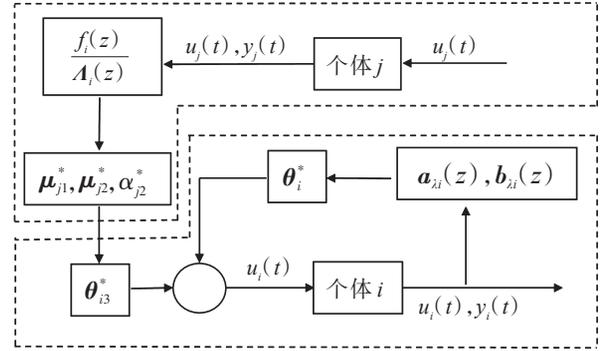


图1 控制律框图

Fig. 1 Block diagram of control law

### 2.3 稳定性分析

为分析在标称控制律(4)作用下,各跟随者个体的闭环稳定性及输出趋同性能,定义局部输出跟踪误差和领导者-跟随者跟踪误差如下:

$$\begin{cases} e_i(t) = y_i(t) - \frac{1}{d_i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} y_j(t), & i = 1, 2, \dots, N \\ e_{i0}(t) = y_0(t) - y_i(t), & i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (18)$$

针对上述两种误差,有如下引理。

**引理2:**考虑由  $N$  个跟随者个体和1个领导者个体在通信图  $\mathcal{G}$  下构成的MAS,若每个跟随者个体  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的局部输出跟踪误差  $e_i(t)$  满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$ ,则有  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0}(t) = 0$ 。

引理2的证明与文献[18]中引理4.1及文献[21]中引理3.6类似,此处从略。由引理2可知,若局部输出跟踪误差  $e_i(t)$  满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$ ,则MAS可实现领导者-跟随者渐近跟踪控制目标。反之,若  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0}(t) = 0$ ,显然有  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$ 。因此,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$  是  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0}(t) = 0$  的充要条件。

基于引理2,下面定理给出在标称分布式MRC律(4)作用下MAS的闭环控制性能。

**定理1:**考虑通信图  $\mathcal{G}$  下由系统模型(1)和模型(3)组成的MAS,若假设1—假设3成立,将标称分布式MRC律(4)应用于跟随者系统模型(1),可保证所有闭环信号有界,且每个跟随者个体的输出  $y_i(t)$  能够以指数速率渐近跟踪领导者输出  $y_0(t)$ ,即  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0}(t) = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ 。

证明:首先考虑个体  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的极点多项式  $P_i(z)$  与零点多项式  $Z_i(z)$  互素的情形。根据式(7),

存在多项式  $F_i(z) = -z^{-m_i} + f_{n_i-m_i-2}z^{-m_i-1} + \dots + f_0z^{-n_i+1}$  满足如下等式:

$$\theta_{i1}^{*T}(\mathbf{a}_{\lambda_i}(z) - 1) = F_i(z)Z_i(z) \quad (19)$$

利用式(19),可以将式(7)改写为:

$$F_i(z)P_i(z) + \theta_{i2}^{*T}\mathbf{b}_{\lambda_i}(z)k_{p_i} = -z^{n_i} \quad (20)$$

将式(20)两边作用于信号  $y_i(t)$ ,并结合系统的输入输出模型(2),可得:

$$F_i(z)k_{p_i}Z_i(z)[u_i](t) + \theta_{i2}^{*T}\mathbf{b}_{\lambda_i}(z)k_{p_i}[y_i](t) = -z^{n_i}[y_i](t)$$

那么,结合式(19)可得:

$$k_{p_i}\theta_{i1}^{*T}\boldsymbol{\omega}_{i1}(t) + k_{p_i}\theta_{i2}^{*T}\boldsymbol{\omega}_{i2}(t) = k_{p_i}u_i(t) - z^{n_i}[y_i](t) \quad (21)$$

由控制律(4)的结构可得:

$$u_i(t) = \theta_{i1}^{*T}\boldsymbol{\omega}_{i1}(t) + \theta_{i2}^{*T}\boldsymbol{\omega}_{i2}(t) + \theta_{i3}^{*T} \frac{1}{d_i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \hat{y}_j(t+n^*) \quad (22)$$

将式(22)代入式(21),可得:

$$z^{n_i}[e_i](t) = \frac{1}{d_i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{y}_j(t+n^*) - y_j(t+n^*)) \quad (23)$$

由于  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{y}_j(t+n^*) - y_j(t+n^*)) = 0$ ,且指数速率收敛,式(23)表明  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t+n^*) = 0$ ,且指数速率收敛。根据引理2,可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0}(t+n^*) = 0$ ,且指数速率收敛。

由于领导者系统(4)为稳定线性系统且外部参考输入  $u_0(t)$  为有界信号,可以得到领导者系统的输出信号  $y_0(t)$  有界。结合  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{i0}(t+n^*) = 0$ ,可得每个跟随者个体的输出信号  $y_i(t)$  有界。由输入输出系统模型(2)可得  $k_{p_i}z^{n_i}Z_i(z)[u_i](t) = P_i(z)[y_i](t+n^*)$ ,结合  $y_i(t) \in L^\infty$  和假设1下多项式  $z^{n_i}Z_i(z)$  的稳定性,可得控制输入  $u_i(t) \in L^\infty$ ,由此可得 MAS 中所有信号均有界。

接下来考虑极点多项式  $P_i(z)$  与零点多项式  $Z_i(z)$  不互素的情形。此时可将多项式  $Z_i(z)$  分解为  $Z_i(z) = Z_{i1}(z)Z_{i2}(z)$ ,使得多项式  $Z_{i2}(z)$  与  $P_i(z)$  互素,且  $Z_{i1}(z)$  的次数为  $m_{i1}$ 。根据  $P_i(z)$  与  $Z_{i2}(z)$  的互素性可知,存在唯一参数  $\bar{\theta}_{i1}^* \in \mathbb{R}^{n_i-m_{i1}-1}$  和  $\bar{\theta}_{i2}^* \in \mathbb{R}^{n_i}$  满足:

$$z^{n_i-m_{i1}-1}\bar{\theta}_{i1}^{*T}\bar{\mathbf{a}}_{\lambda_i}(z)P_i(z) + \bar{\theta}_{i2}^{*T}z^{n_i-1}\mathbf{b}_{\lambda_i}(z)k_{p_i}Z_i(z) = z^{n_i-m_{i1}-1}P_i(z) - z^{n_i-1}Z_i(z)z^{n_i} \quad (24)$$

其中,  $\bar{\mathbf{a}}_{\lambda_i}(z) = [z^{-n_i+m_{i1}+1}, \dots, z^{-1}]^T$ 。式(24)可等价于:

$$(\bar{\theta}_{i1}^{*T}\bar{\mathbf{a}}_{\lambda_i}(z) - 1)z^{-m_{i1}}P_i(z) + \theta_{i2}^{*T}\mathbf{b}_{\lambda_i}(z)k_{p_i}Z_{i2}(z) = -Z_{i2}(z)z^{n_i} \quad (25)$$

由式(25)可得:

$$\bar{\theta}_{i1}^{*T}\bar{\mathbf{a}}_{\lambda_i}(z) - 1 = \bar{F}_i(z)Z_{i2}(z) \quad (26)$$

其中,  $\bar{F}_i(z) = -z^{-m_{i1}+m_{i1}+1} + \bar{f}_{n_i-m_{i1}+m_{i1}-2}z^{-m_{i1}+m_{i1}-1} + \dots +$

$\bar{f}_0z^{-n_i+m_{i1}+1}$ 。令  $F_i(z) = \bar{F}_i(z)z^{-m_{i1}}$ ,则由式(25)和式(26)仍可推出式(20),后续证明与互素情形相同,由此可得定理1结论成立。

### 2.4 自适应控制设计的基本思路

由于参数未知,此前给出的标称分布式 MRC 律(4)已不再适用,因此需要探索新的设计方法。基于标称分布式 MRC 律(4)的结构形式,给出如下输出反馈分布式 MRAC 律:

$$u_i(t) = \frac{1}{d_i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\boldsymbol{\theta}_i^T(t)\boldsymbol{\omega}_{\theta_i}(t) + \boldsymbol{\beta}_{ij}^T(t)\boldsymbol{\omega}_{\beta_j}(t)) \quad (27)$$

式中:  $\boldsymbol{\theta}_i(t) = [\boldsymbol{\theta}_{i1}^T(t), \boldsymbol{\theta}_{i2}^T(t)]^T$ ,  $\boldsymbol{\beta}_{ij}(t) = [\boldsymbol{\beta}_{ij1}^T(t), \boldsymbol{\beta}_{ij2}^T(t), \boldsymbol{\beta}_{ij3}^T(t)]^T$  分别为标称控制参数  $\boldsymbol{\theta}_i^* = [\boldsymbol{\theta}_{i1}^{*T}, \boldsymbol{\theta}_{i2}^{*T}]^T$  和  $\boldsymbol{\beta}_{ij}^* = [\boldsymbol{\beta}_{ij1}^{*T}, \boldsymbol{\beta}_{ij2}^{*T}, \boldsymbol{\beta}_{ij3}^{*T}]^T$  的估计。由式(9)和式(14)可知,分布式 MRAC 律(27)中所涉及的回归量信号  $\boldsymbol{\omega}_{\theta_i}(t) = [\boldsymbol{\omega}_{i1}^T(t), \boldsymbol{\omega}_{i2}^T(t)]^T$  和  $\boldsymbol{\omega}_{\beta_j}(t) = [\boldsymbol{\omega}_{u_j}^T(t), \boldsymbol{\omega}_{y_j}^T(t), u_j(t)]^T$  均可由个体自身及其邻居的输入输出信号构造获得,因此该控制律是分布式的。

对每个个体  $i(i = 1, 2, \dots, N)$ ,可以通过如下步骤建立对分布式 MRAC 律(27)中参数估计  $\boldsymbol{\theta}_i(t)$  和  $\boldsymbol{\beta}_{ij}(t)$  的自适应参数更新律:①结合系统模型(1)和分布式 MRAC 律(27),推导出关于  $e_i(t)(i = 1, 2, \dots, N)$  的局部输出跟踪误差方程;②利用局部输出跟踪误差  $e_i(t)(i = 1, 2, \dots, N)$ ,引入估计误差  $\epsilon_i(t)(i = 1, 2, \dots, N)$  来刻画标称控制器参数与其估计值之间的偏差,并结合局部输出跟踪误差方程建立相应的估计误差方程;③引入关于估计误差的二次代价函数,利用个体系统(2)中高频增益参数的先验信息,得到基于梯度算法的自适应参数更新律。通过上述设计步骤,可为每个跟随者个体构造出有效的自适应参数更新律,实现分布式 MRAC 律(27)中参数估计  $\boldsymbol{\theta}_i(t)$  和  $\boldsymbol{\beta}_{ij}(t)$  的在线调整。

## 3 仿真分析

采用数值仿真的方法,对所提出的基于输出反馈的分布式 MRC 方案进行有效性验证。

### 3.1 仿真模型

模型采用由1个领导者个体和4个跟随者个体组成的 MAS。其中,4个跟随者个体的系统参数分别为:

$$\mathbf{A}_1 = [0, 1, 0; 0, 0, 1; -1, 5/2, -1/2], \quad \mathbf{b}_1 = [0, 0, 1]^T, \quad \mathbf{c}_1 = [0, 1/2, 1]$$

$$\mathbf{A}_2 = [0, 1; 1, 0], \quad \mathbf{b}_2 = [0, 1]^T, \quad \mathbf{c}_2 = [1, 2]$$

$$A_3 = [0, 1; 2, 1], \quad b_3 = [0, 1]^T, \quad c_3 = [1/2, -1]$$

$$A_4 = [0, 1, 0; 0, 0, 1; 1/3, 1, -1/3], \quad b_4 = [0, 0, 1]^T,$$

$$c_4 = [0, 1/4, 1]$$

各跟随者对应的传递函数  $G_i(z) = k_{p_i} Z_i(z)/P_i(z)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , 分别为:

$$P_1(z) = (z + 1)(z - 2)(z + 1/2), \quad Z_1(z) = z(z + 1/2), \quad k_{p_1} = 1$$

$$P_2(z) = (z + 1)(z - 1), \quad Z_2(z) = z + 1/3, \quad k_{p_2} = 2$$

$$P_3(z) = (z - 1)(z + 2), \quad Z_3(z) = z + 1, \quad k_{p_3} = -1$$

$$P_4(z) = (z + 1/4)(z + 1)(z - 1), \quad Z_4(z) = z(z + 1/4), \quad k_{p_4} = 1$$

领导者系统参数为  $A_0 = 3/5$ ,  $b_0 = 1$ ,  $c_0 = 1$ , 外部参考输入设为  $u_0(t) = \sin(t/3)/2$ 。此外, MAS 的通信图  $\mathcal{G}$  如图 2 所示。

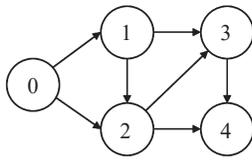


图2 MAS的通信图

Fig. 2 Communication graph of MAS

### 3.2 参数设置

基于上述仿真模型,通过求解匹配方程(7)可得到如下参数:  $\theta_{11}^* = [0, -1/3]^T$ ,  $\theta_{12}^* = [1, -5/2, 1/2]^T$ ,  $\theta_{21}^* = -1/2$ ,  $\theta_{22}^* = [-1/2, 0]^T$ ,  $\theta_{31}^* = 1/2$ ,  $\theta_{32}^* = [2, 1]^T$ ,  $\theta_{41}^* = [0, -1/4]^T$ ,  $\theta_{42}^* = [-1/3, -1, 1/3]^T$ 。选取合适的观测器增益,使得  $\Lambda_i(z) = z^n$ 。此时依据通信图的连通性,可计算得到每个跟随者个体标称控制器参数  $\beta_{10}^* = [3/5, 9/25, -1]^T$ ,  $\beta_{20}^* = [3/10, 9/50, 1/2]^T$ ,  $\beta_{31}^* = [0, 1/6, 1/6, -1/2, 9/4, -11/4, -1]^T$ ,  $\beta_{32}^* = [0, -1, 0, -1, -2]^T$ ,  $\beta_{42}^* = [0, 1, 0, 1, 2]^T$ ,  $\beta_{43}^* = [1/2, -1/2, 2, 3, -1]^T$ 。此外,初始状态设定为:  $x_0(0) = 1$ ,  $x_1(0) = [1/10, 0, -1/2]^T$ ,  $x_2(0) = [-1/5, 3/2]^T$ ,  $x_3(0) = [1/2, -9/10]^T$ ,  $x_4(0) = [1, 1, 3/2]^T$ 。基于上述参数设定,可为每个跟随者个体  $i(i = 1, 2, 3, 4)$  确定相应的分布式MRC律。

### 3.3 仿真结果

仿真结果如图3—图5所示。图3展示了所有个体的输出响应  $y_i(t)(i = 0, 1, 2, 3, 4)$ 。图4展示了领导者-跟随者跟踪误差的响应  $e_{i0}(t)(i = 1, 2, 3, 4)$ , 图5展示了跟随者的控制输入  $u_i(t)(i = 1, 2, 3, 4)$ 。结果表明,在分布式MRC律(4)的作用下,系统能够实现领导者-跟随者跟踪控制目标。综上所述,数值仿真结果验证了本文所提出的分布式输出反馈MRC方案的有效性。

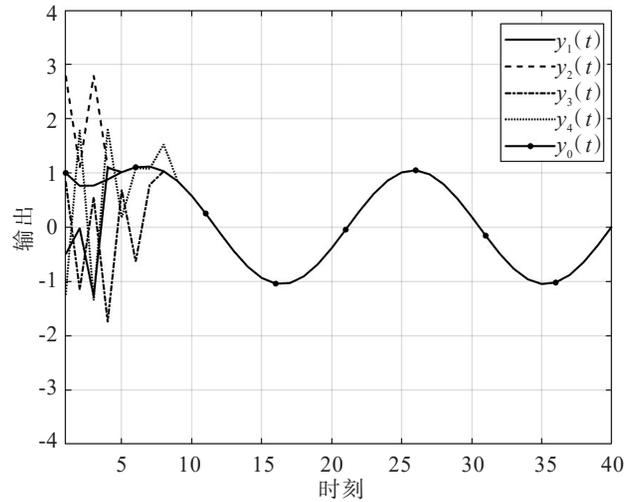


图3 系统输出响应

Fig. 3 Response of system output

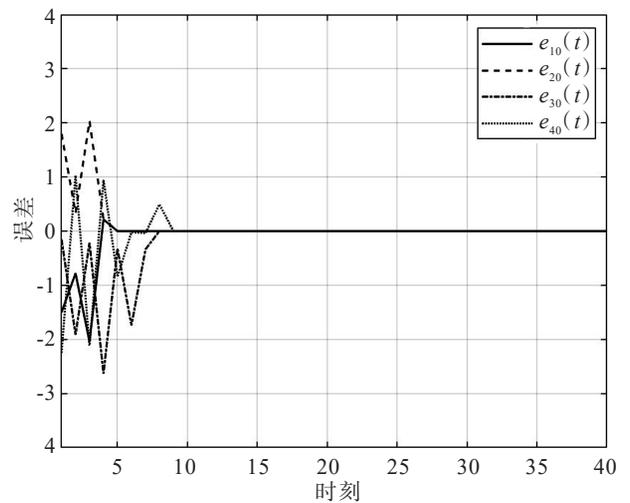


图4 领导者-跟随者跟踪误差

Fig. 4 Leader-follower tracking error

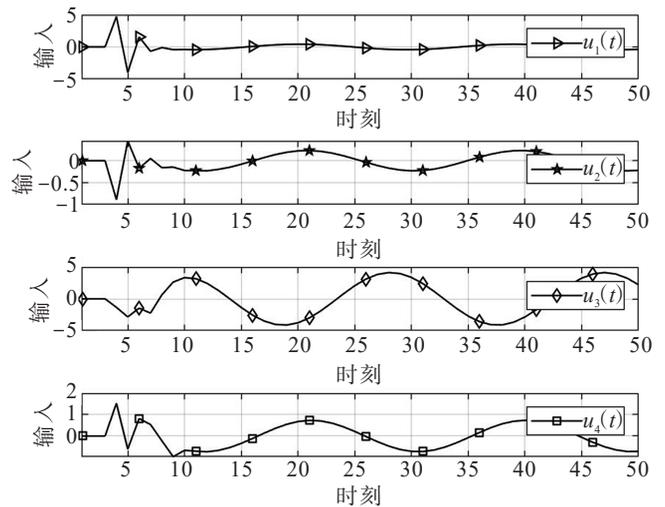


图5 系统控制输入

Fig. 5 Control input of the system

## 4 结论

为解决一类离散时间线性MAS的领导者-跟随者输出趋同跟踪问题,本文提出了一种分布式输出反馈MRC方案。在系统参数已知的情况下,通过引入匹配方程和基于状态观测器的虚拟参考信号参数化重构方法,构建了结构统一的标称输出反馈分布式MRC律,确保了闭环系统稳定性并实现了跟随者系统对领导者系统输出的指数跟踪。针对领导者和跟随者中参数未知的情形,进一步给出了分布式MRAC设计的基本思路。未来的研究方向主要包括以下几个方面:一是将本文方法推广至具有非线性动态的多智能体系统;二是在切换通信拓扑的场景下进一步拓展本文结论;三是进一步考虑多领导者个体情形下的协同控制设计方案。

## 参考文献

- [1] REN W, BEARD R W. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control[M]. London: Springer London, 2008.
- [2] LEWIS F L, ZHANG H W, HENGSTER-MOVRIC K, et al. Cooperative control of multi-agent systems: Optimal and adaptive design approaches[M]. London: Springer London, 2014.
- [3] 方建印, 李鑫. T-S模糊网络化控制系统的事件触发控制[J]. 中原工学院学报, 2023, 34(1): 37-41.
- [4] 李峥峰, 叶文泉, 梅亚航. 麻雀搜索算法及其应用研究综述[J]. 中原工学院学报, 2025, 36(4): 1-10, 45.
- [5] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [6] HONG Y G, HU J P, GAO L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology[J]. Automatica, 2006, 42(7): 1177-1182.
- [7] HU M, WANG T, ZHAO Y L. Consensus of switched multi-agent systems with binary-valued communications[J]. Science China Information Sciences, 2022, 65(6): 162207.
- [8] AN R, WANG Y, ZHAO Y L, et al. Consensus of high-order multiagent systems with binary-valued communications and switching topologies[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2025, 12(2): 1369-1380.
- [9] MIAO S X, SU H S, CHEN S M. Matrix-weighted consensus of second-order discrete-time multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2024, 35(3): 3539-3548.
- [10] DAI H Y, JI L H, GUO X, et al. Leader-following synchronization control of multiagent systems under hybrid cyber attacks via impulsive control based on topology switching[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(9): 5297-5308.
- [11] SU Y F, HUANG J. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(4): 1062-1066.
- [12] CAI H, LEWIS F L, HU G Q, et al. The adaptive distributed observer approach to the cooperative output regulation of linear multi-agent systems[J]. Automatica, 2017, 75: 299-305.
- [13] HUANG J. The cooperative output regulation problem of discrete-time linear multi-agent systems by the adaptive distributed observer[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 1979-1984.
- [14] DAS A, LEWIS F L. Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2014-2021.
- [15] HUANG J. Adaptive output synchronization for a class of uncertain nonlinear multi-agent systems over switching networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2024, 69(4): 2645-2651.
- [16] TAO G. Adaptive control design and analysis[M]. Hoboken, N.T.: Wiley-Interscience, 2003.
- [17] 张言军. 具有高阶时延的离散非仿射非线性系统的自适应跟踪控制[J]. 中国科学: 信息科学, 2023, 53(3): 535-549.
- [18] SONG G. Adaptive control for distributed leader-following consensus of multi-agent systems[D]. VA, Charlottesville: University of Virginia, 2015.
- [19] YUE D D, SHI J T, SHI L, et al. Model reference adaptive stabilizing control for leader-following consensus[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2025, 70(10): 6861-6868.
- [20] BALDI S, YUAN S, FRASCA P. Output synchronization of unknown heterogeneous agents via distributed model reference adaptation[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2019, 6(2): 515-525.
- [21] GUO J, ZHANG Y J, ZHANG J F. Distributed output feedback indirect MRAC of continuous-time multiagent linear systems[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2025, 63(3): 1616-1640.

作者简介:徐玉春,男,博士研究生,主要研究方向为自适应控制和量化控制。E-mail:xuyuchun@amss.ac.cn

通信作者:张言军,男,教授,博士,主要研究方向为自适应控制、多智能体系统及其应用。E-mail:yanjun@bit.edu.cn

(编辑 JJJ, 校对 ZDC)